# NOŢIUNI DE TEORIA RELATIVITĂŢII RESTRÂNSE

### Principiile teoriei relativităţii restrânse

Ca orice teorie elaborată, și teoria relativității restrânse are la bază o serie de concepte fundamentale, nedefinibile. Aceste concepte fundamentale, pentru teoria relativității restrânse, sunt: *loc, moment și eveniment*. Prin „loc” se înțelege o regiune din spațiu al cărui volum este neglijabil (punct din spațiu). Noțiunea de „moment” restrânge intuiția naturală de durată la un interval de timp foarte îngust. „Evenimentul” fizic poate fi înțeles ca ceea ce se întâmplă într-un „loc” la un anumit „moment”. O privire atentă aruncată asupra acestor noțiuni ne arată, din acest punct de vedere, legătura istorică dintre teoria relativității restrânse și predecesoarea ei, mecanica clasică. Diferența dintre aceasta și mecanica newtoniană contă în două *principii (postulate)* specifice teoriei relativității restrânse. Aceste postulate sunt:

## Principiul relativității

Legile fizicii sunt aceleași în toate sistemele de referință ce se mișcă rectiliniu și uniform unele față de altele.

Acest principiu este asemănător cu principiul relativității din mecanica clasică (principiul relativității Galileene). Diferența constă în faptul că acest principiu este postulat ca fiind valabil pentru toate fenomenele fizice (deci și pentru fenomenele electromagnetice) nu numai pentru cele mecanice. În felul acesta Einstein a postulat unitatea legilor naturii în privința transformărilor impuse de schimbarea sistemului de referință.

Urmărind conținutul acestui principiu constatăm că el împarte sistemele de referință în clase echivalente. Sistemele de referință (referențialele) dintr-o clasă mișcând-se rectiliniu și uniform unele față de celelalte. Teoria relativității restrânse se ocupă de forma legilor fizicii numai în una din clasele de sisteme de referință și anume de clasa sistemelor de referință în care este valabil principiul I al dinamicii (principiul inerției). Această clasă de sisteme de referință se numește *clasa sistemelor de referință inerțiale*.

1. *Principiul constantei vitezei luminii*

*În toate sistemele de referință inerțiale viteza luminii în vid are aceeași valoare, indiferent de direcția de propagare a acesteia.*

Acest principiu separă total noua mecanică de mecanica clasică. Din punct de vedere tehnic, el stabilește neconcordanța transformărilor galileene cu realitatea. Din punct de vedre epistemologic, el deschide calea unui alt mod de a face fizica. Până la enunțarea acestui principiu, părea firesc ca legile fizicii să fie în concordanță cu intuițiile noastre empirice. Însă, încercarea de a reduce conținutul acestui principiu la deprinderile noastre cotidiene se dovedește imposibilă. Dacă se abordează acest postulat doar din punct de vedere logic, se constată că din el, împreună cu celălalt postulat și cu celelalte presupoziții specifice teoriei relativității restrânse, nu se pot deduce afirmații contradictorii. Aceasta înseamnă că el este cel puțin „rațional”. În felul acesta putem spune că s-a deschis, prin introducerea acestui principiu, calea de la fizica bazată și pe intuiție la fizica bazată în primul rând pe considerente raționale chiar dacă acestea nu au corespondent intuitiv.

**Transformările Lorentz**

Pe baza principiilor teoriei relativității restrânse se pot deduce legile care există între coordonatele unui eveniment într-un sistem de referință S(x,y,z,t) și coordonatele aceluiași eveniment într-un alt sistem de referință S’(x’,y’,z’,t’) care se mișcă rectiliniu și uniform față de primul. Pentru a nu complica lucrurile prin generalizare, ne vom referi numai la cazul particular din figura 1. În această situație cele două sisteme de referință au axele de coordonate paralele și se mișcă relativ numai în lungul axei OY.

Z Z’

M



O’

Y’

O Y

X’

X

*Fig.1 Referitor la deducerea transformărilor Lorentz.*

Relațiile de transformare a coordonatelor, când se trece de la un sistem de referință la altul, trebuie să fie de așa natură încât, la viteze mici, să se regăsească transformările Galilei. În aceste condiții, între coordonata y a mobilului în sistemul de referință „fix” și coordonata y’ a aceluiași mobil în sistemul „mobil” există o relație de legătură generală de tipul:

Transformarea inversă a coordonatelor de la sistemul de referință S la sistemul de referință S’ trebuie să fie de forma:

Coeficientul  ce intervine în cele două relații trebuie să fie o funcție de viteza relativă a celor două sisteme de referință care tinde către unu când viteza relativă este mult mai mică decât viteza luminii în vid.

Să presupunem că la momentul inițial (t=t’=0) originile celor două sisteme de coordonate coincid. În acel moment de timp, din originea comună, este emis un semnal luminos sferic. În conformitate cu principiul constantei vitezei luminii în vid, frontul de undă al acestui semnal se propagă în toate direcțiile, în cele două sisteme de referință, cu aceeași viteză c. Să presupunem că frontul de undă a ajuns într-o poziție caracterizată prin coordonatele t și y, în sistemul S și, corespunzător, prin coordonatele t’ și y’, în sistemul S’. În aceste condiții putem scrie că:

Înlocuind în cele două relații de transformare a coordonatelor pe t și t’, se obține:

Înmulțind cele două ecuații, se obține:

Din această relație rezultă că  este dat de relația:

Deoarece în lungul axelor OX și OY nu există o mișcare relativă a sistemelor de referință, rezultă că cele două coordonate au aceleași valori în cele două sisteme de referință. Pentru aflarea relației de transformare a coordonatelor temporale se pornește de la relația

folosită anterior.

În concluzie, se obțin următoarele relații de transformare a coordonatelor la trecerea de la sistemul de referință S’ la sistemul de referință S:

5.1

Se constată că, atunci când este îndeplinită condiția,

relațiile de transformare 5.1 se reduc la ecuațiile transformărilor Galilei.

**Noțiuni de cinematică relativistă**

1. *Contracția lungimilor*

Să presupunem că o riglă este în repaus în sistemul de referință S’ mobil, ca în figura 2. În acest sistem de referință rigla are lungimea l0. Coordonatele capetelor riglei în sistemul S’ sunt:

și

Pentru a putea determina lungimea riglei în sistemul de referinţă S faţă de care rigla este în mişcare, trebuie citite coordonatele capetelor riglei în acest sistem de coordonate la acelaşi moment de timp, adică:

Folosindu-ne de transformările Lorentz, rezultă:

și deci:

Y’

Y S’



S l0

x’

O’ X’

O X

x

#### Fig.2 Referitor la contracția lungimilor

5.2

Se constată, din această relație, că lungimea unui obiect este, pe direcția mișcării, este maximă în sistemul de referință în care acel corp este în repaus. Sistemul de referință în care corpul este în repaus se numește *sistem propriu de referință*. Lungimea corpului în sistemul propriu de referință se numește *lungime proprie*.

1. *Dilatarea duratelor*

Să presupunem că, în sistemul de referință S’, se produc, succesiv, două evenimente A și B în același loc, adică:

Intervalul de timp între două evenimente în sistemul S’ este

.

Pentru a afla intervalul de timp care se scurge între cele două evenimente din punctul de vedere al observatorului situat în sistemul de referință S, ne folosim din nou de transformările Lorentz. Rezultă:

Ținând cont de faptul că cele două evenimente se produc în același loc în sistemul de referință S’, rezultă că:

5.3

Din această relație rezultă că un fenomen ce se desfășoară într-un punct dintr-un sistem de referință are durata cea mai scurtă în acel sistem de referință. Timpul de desfășurare a unui fenomen ce se produce într-un punct dintr-un sistem de referință se numește *timp propriu*.

Pe baza relațiilor 5.2 și 5.3 se poate constata că lungimile și duratele (adică mărimile fizice ce stau la baza conceptelor noastre de spațiu și timp) depind de mișcarea obiectelor fizice. Aceasta înseamnă că și noțiunile de spațiu și timp nu mai au un caracter absolut, așa cum era cazul în mecanica clasică, ci depind de mișcarea fizică.

1. *Compunerea vitezelor*

Presupunem un mobil ce se deplasează în interiorul sistemului de referință inerțial S’ cu viteza

Ne propunem să determinăm viteza acestui mobil în sistemul de referință S fată de care sistemul S’ se deplasează cu viteza paralelă cu axa OY. Pentru aceasta, diferenţiind ecuaţiile Lorentz, obţinem:

și

Împărțind pe dx, dy și dz cu dt se obțin vitezele mobilului în sistemul S. Adică:

și

Sintetizând rezultatele, obținem:

5.4

**Elemente de dinamică relativistă**

1. *Masa dinamică*

Pe baza principiilor teoriei relativității restrânse se poate dezvolta o dinamică relativistă presupunând că este valabil principiul al doilea al dinamicii scris sub forma:

aceasta pentru că, este de presupus, că și masa particulelor materiale trebuie să depindă de viteză. Pentru a putea folosi relația de mai sus, trebuie să cunoaștem evoluția masei în funcție de viteză.

Să presupunem că, într-un sistem de referință S’, se găsesc două particule de mase şi ce se mişcă una spre cealaltă, în lungul axei OY’, cu vitezele u’ şi, respectiv, -u’, ca în figura 3. Dacă, după ciocnirea plastică, corpul format prin ciocnirea celor două particule rămâne în repaus (, în conformitate cu legea conservării impulsului, masele celor două bile înainte de ciocnire, în sistemul S’ au fost egale

.

Fie un alt sistem de referință (S) față de care sistemul S’ se deplasează cu viteza v. Din ecuațiile de transformare a vitezelor 5.4, rezultă că:



Z’

S’

Z m’ m’

S

O’   Y’

 

O Y

#### Fig. 3 Referitor la deducerea expresiei masei dinamice

.

Aceleași legi de transformare a vitezelor dau pentru vitezele celor două particule înainte de ciocnire, în sistemul S, relațiile:

Din legea conservării impulsului scrisă în sistemul de referință S, rezultă:

Trecând membrul drept în partea stângă, se obține:

Ceea ce înseamnă că:

și deci:

În argumentațiile anterioare am presupus că masele celor două corpuri nu mai sunt egale în sistemul de referință S, deoarece vitezele lor în acest sistem sunt diferite. Se constată, de altfel, din ultima egalitate că legea conservării impulsului nu ar mai putea fi valabilă dacă cele două mase ar coincide și în sistemul S.

Să considerăm, în continuare, că viteza sistemului „mobil” față de sistemul „fix” coincide, ca modul, cu viteza celor două puncte materiale în sistemul S’, adică

Această condiție implică faptul că particula din stânga (particula „2”) se află în repaus față de sistemul S. În aceste condiții, este firesc să notăm masa acestei particule, față de sistemul S, într-un mod special care să indice faptul că ea este *masă de repaus*. Să notăm deci masa particulei „2” față de S cu m0. Cu această notație şi ținând cont de condiția suplimentară impusă vitezelor, ultimul rezultat la care am ajuns devine:

În această relație am notat fără indice masa particulei „1” față de sistemul de referință S deoarece cele două particule sunt identice astfel încât masa m poate fi considerată ca *masa cinematică* a particulei ce are masa de repaus m0. Însă, pentru ca să stabilim legătura dintre masă și viteză, în relația precedentă trebuie să apară explicit viteza u1 a particulei mobile față de sistemul S. În condițiile date, această viteză este:

Pentru a face mai ușor înlocuirea, relația de legătură dintre masa dinamică și masa de repaus dedusă anterior se ridică la pătrat obținând:

Membrul din dreapta se prelucrează astfel:

,

În felul acesta obținem că:

5.6

Constatăm că *masa unui punct material depinde de viteza acestuia față de sistemul de referință*. Pe măsură ce viteza punctului material creste, masa lui se mărește astfel încât ea tinde asimptotic către infinit atunci când viteza lui se apropie de viteza luminii în vid, așa cum se vede în figura 4. Se constată, pe baza acestei relații că nici un corp cu masă de repaus nu poate fi accelerat până când viteza sa atinge viteza luminii în vid (pentru a realiza acest lucru, ar fi necesară o forță infinită!).

1. 

   #### Fig. 4 Dependența relativă a masei de viteză

   *Relația dintre masă și energie*

Să presupune un punct material ce se deplasează în lungul unei drepte sub influenta unei forțe ce acționează în lungul acestei axe. Lucrul mecanic efectuat de această forță pentru a deplasa punctul material între două puncte de pe axă P1 și P2 este:

Pentru a putea rezolva ultima integrală, facem următorul artificiu de calcul:

De unde rezultă

și deci:

În concluzie, putem scrie că:

Admițând valabilitatea legii conservării energiei, lucrul mecanic efectuat de forță trebuie să se regăsească sub formă de energie suplimentară a corpului. Adică:

Alegând pentru constanta aditivă arbitrară până la care este definită energia valoarea zero, rezultă că:

5.7

Această relație *stabilește proporționalitatea dintre energia totală înmagazinată de un corp material și masa sa, în raport cu un anumit sistem de referință*.

Ridicând la pătrat relația 5.7 şi ținând cont de definiția impulsului, se obține:

5.8

Această relație, foarte utilă în fizica nucleară, ca de altfel și relația 5.7, stabilește o legătură universală între energia totală a unui corp, energia de repaus și impulsul acestuia.

**PROPRIETĂŢILE MATEMATICE ALE SPAŢIU-TIMPULUI ÎN RELATIVITATEA RESTRÂNSĂ**

**Spaţiul Minkowski**

După cum am arătat în subcapitolul precedent, mecanica clasică nu mai este valabilă la viteze mari (apropiate de viteza luminii în vid). Am arătat atunci că relațiile de transformare a coordonatelor la trecerea de la un sistem la altul sunt descrise de transformările Lorentz 5.1. Din punct de vedere matematic, este convenabil să se noteze cele patru coordonate (x, y, z, t) cu aceeași literă indexată cu un indice ce ia valori de la 0 la 3. Mai mult, pentru ca toate aceste coordonate să aibă aceeași dimensiune (lungime) se înmulțește timpul cu constanta c. Se obțin astfel coordonatele:

5.9

Putem considera cele patru coordonate ca fiind componentele unui cvadrireactor (x0, x1, x2, x3). Acest cvadrireactor poate fi considerat ca reprezentând poziția față de centrul coordonatelor pentru un punct dintr-un spațiu cvadridimensional numit *spațiu-timp* sau *spațiul Minkowski*. Folosindu-ne de notația:

precum și de reprezentarea cvadridimensională a coordonatelor, transformările Lorentz devin:

5.10

Aici, ca de altfel și în cele ce urmează, am presupus că sistemul de referință inerțial S’ se mișcă față de sistemul de referință S în lungul axei OX. În mod analog se pot scrie si relațiile de trecere de la sistemul de referință S’ la sistemul de referință S.

Să neglijăm, din considerente metodice, coordonatele x2 și x3. În aceste condiții, putem reprezenta spațiul timpul într-un plan. Dacă, din originea spațiului, se transmite la momentul inițial un semnal luminos sferic, după un timp t, frontul de undă se va situa pe o sferă descrisă de ecuația

Această suprafață reprezintă în spațiu –timp un con cu centrul în origine și având generatoarele înclinate la 450 față de axe. Acest con este reprezentat în figura 5. Un punct material, care la momentul t=0 se află în originea spațiului, s-a aflat, evident, la t<0, sub axa OX1 și se va afla la t>0 deasupra acestei axe. Deoarece nici un punct material nu se poate deplasa mai repede decât lumina în vid, rezultă că reprezentarea punctului material în sațiu-timp se află la orice moment de timp în interiorul conului luminos. Punctul ce reprezintă particula materială în spațiu-timp se deplasează, pe măsură ce trece timpul, din semisonul inferior în semisonul superior. Din acest motiv, semisonul inferior se numește „trecut” iar semisonul superior „viitor”. Totalitatea punctelor pe care le ocupă succesiv punctul material determină o curbă în interiorul conului luminos numită *linie de univers*.

Pătratul lungimii infinitezimale a liniei de univers este, prin definiție:

5.11

(Observație: ca și în alte lucrări de specialitate, am folosit o notație simplificată, din motive de comoditate a scrierii, astfel încât ds2 nu trebuie citit ca diferențiala pătratului lui s ci ca (ds)2. În mod analog și pentru celelalte diferențiale ce intervin în definiția de mai sus).

Mărimea ds se numește *cvadriinterval relativist* sau *interval de univers*.

Pentru oricare două evenimente apropiate este posibilă numai una din situațiile de mai jos:

a)

Despre astfel de evenimente se spune că sunt *separate temporal*. Această denumire provine de la faptul că se poate alege un sistem de referință S’ pentru care cele două evenimente se produc în același loc, adică:

și deci:

x0=ct

d2s>0

d2s<0 d2s<0

1. x1

d2s>0

Fig.5 Divizarea spațiu-timpului în regiuni calitativ distincte de către semnalul luminos și o linie de univers.

În sistemul S’, cele două evenimente se produc în același punct din spațiu dar sunt separate în timp.

b)

Despre astfel de evenimente se spune că sunt *separate spațial*. Această denumire provine de la faptul că se poate alege un sistem de referință S’ pentru care cele două evenimente se produc simultan, adică:

și deci:

În sistemul S’ cele două evenimente apar ca simultane dar în puncte diferite din spațiu.

c)

Despre evenimentele care îndeplinesc această condiție se spune că sunt *separate luminos*. Aceste evenimente nu pot fi unite decât printr-un semnal luminos adică ele se află pe conul luminos reprezentat în figura 5.

Deoarece viteza luminii în vid este cea mai mare viteză posibilă, rezultă că numai evenimentele separate temporal pot fi legate cauzal între ele (geometric aceasta înseamnă că numai evenimentele din interiorul conului luminos pot fi puse într-o succesiune cauzală cu evenimentul din originea spațiu-timpului). Evenimentele aflate în afara conului luminos nu se află în nici-un fel de legătură cauzală cu evenimentul aflat în originea spațiu-timpului. Această imposibilitate justifică și faptul, aparent paradoxal, de inversare a succesiunii acestor evenimente în timp. Faptul că ordinea în timp a acestui tip de evenimente poate fi inversată nu este nimic altceva decât imposibilitatea ca unul din evenimente să fie cauza celuilalt eveniment.

Să revenim la ecuațiile de transformare Lorentz 5.10 pentru a da o nouă formă intervalului cvadridimensional ds2. Obținem astfel:

Se constată astfel că *cvadriintervalul relativist este un invariant la schimbarea sistemului de referință*.